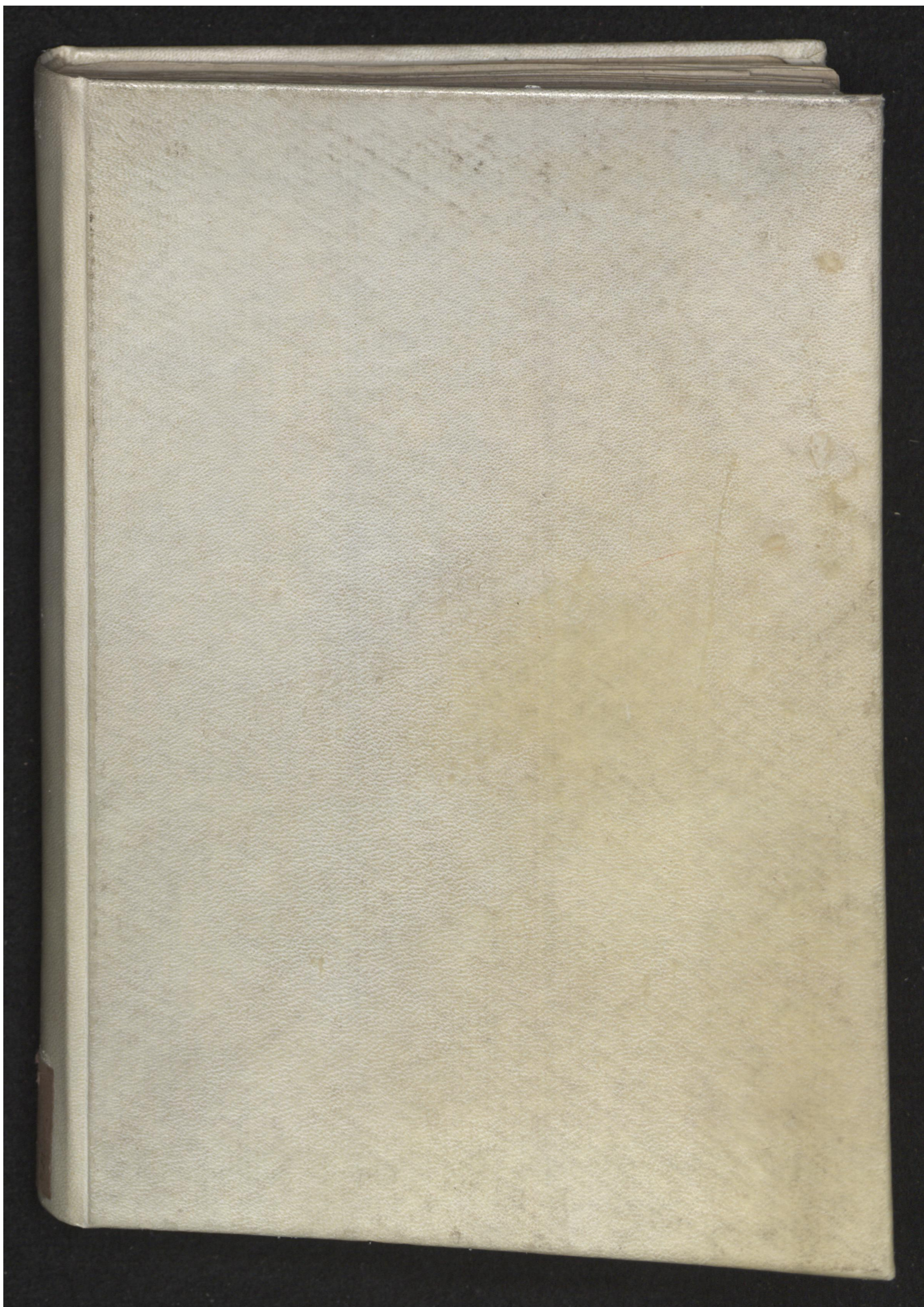
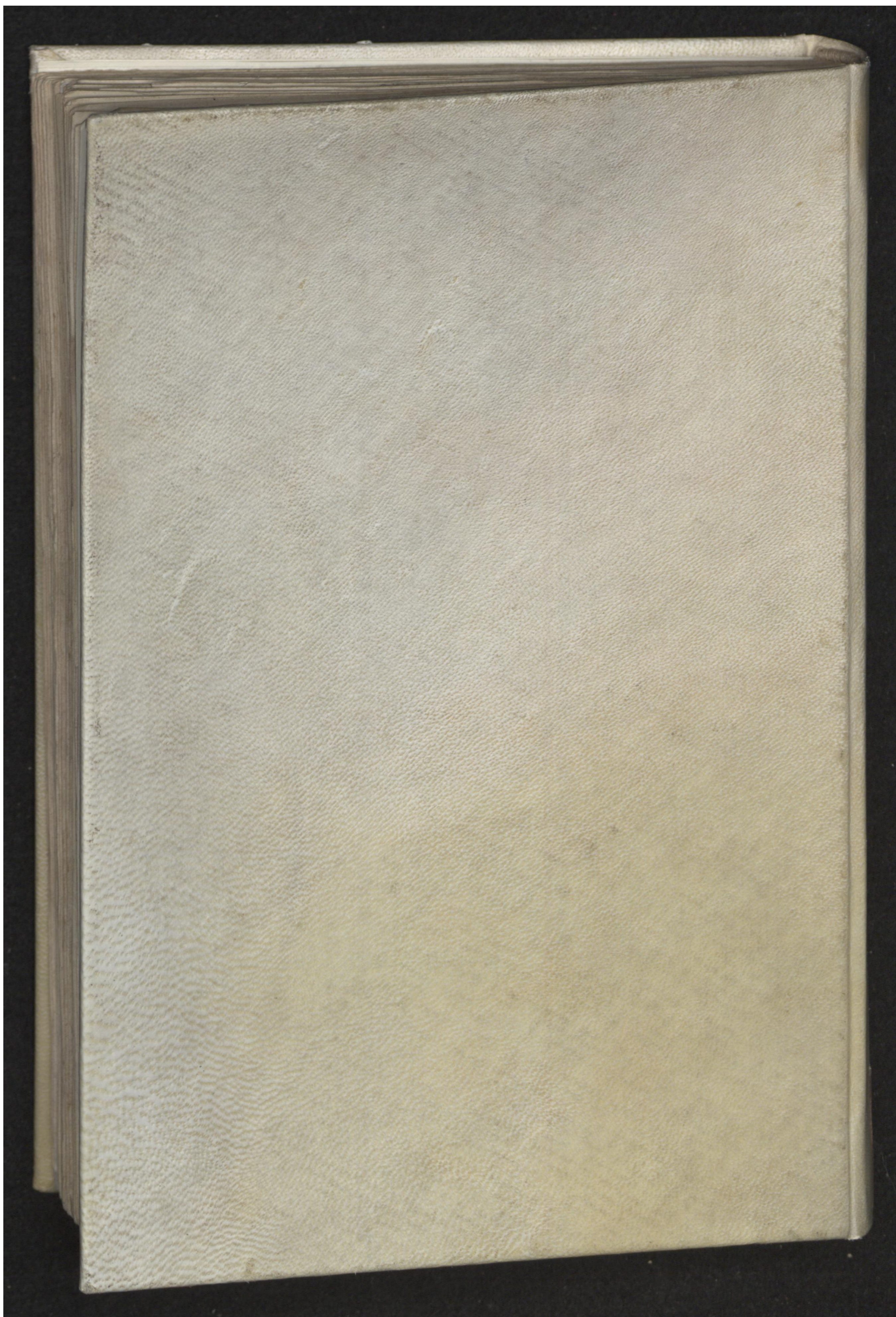
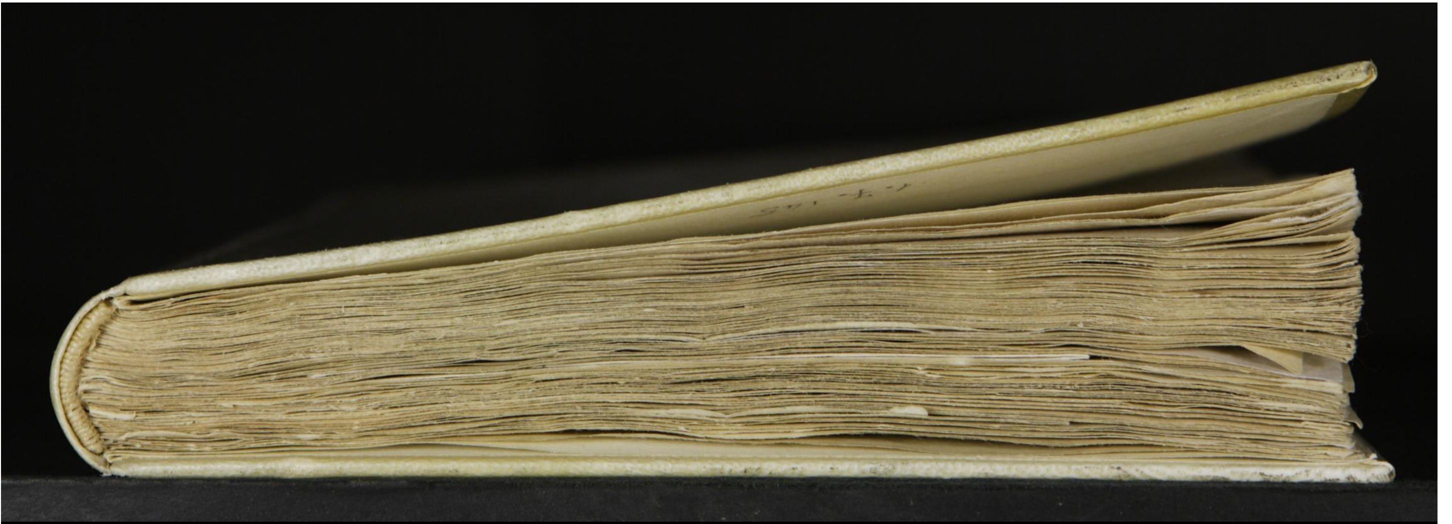



1
7
145









MARINI GHETALDI PATRITII RAGVSINI,

Apollonius Rediuiuus.

Seu,

RESTITVTA APOLLONII PERGAEI Inclinationum Geometria.

CVM PRIVILEGIIS.





VENETIIS,

Apud Bernardum Iuntam.

M DC VII.

2



ILLVSTRISSIMO, AC REVERENDISSIMO CARDINALI SERAPHINO.

Marinus Ghetaldus S. P. D.



AIVNT nostri Perspectiui, opacum corpus, quo luminosum fuerit maius, cui opponitur, eo vmbras producere minores, productasq; coire tandem in puuctum, & illustrari. Sapui Cardinalis amplissimè, dum opusculũ cogitaui dicare tibi; cuius lumen vt vni concedat, cæteris certè aut par est, aut antecellit vniuersis. Nam

præterquam quod persolui debitũ, quo tibi sexcentis nominibus obstrictus eram, consului præterea operi: quod nemo non videt futurum fuisse obscurius, nisi illuminandum dedissem Purpurato. Numerabitur, hoc inter cætera beneficia tua, referamque qui maius nõ possum idem ipsum quod accepi, & opus vnum atque idem monumentum extabit & beneficæ voluntatis tuæ, & grati animi mei.

Vale, Ragusij Kalend. Maij M DC VI.

5



AD LECTOREM.





POLLONIVS Pergæus Geometra (vt eum veteres appellant) magnus, ſicut multa rerum mathematicarum monumenta, Pappo Alexandrino teſte, poſteritati reliquit, ita multa tempus edax rerum, & iniurioſa vetuſtas poſteritati conſumpſit, quattuor enim Conicorum libris duntaxat exceptis, reliqui temporis iniuria periere. Extant autem præter cætera apud Pappum in principio libri ſeptimi collectionum, ſub inclinationum titulo Problematum de inclinationibus opuſculi propoſitiones, eæ tamen tam vitiate tamque corruptæ, vt plus in ipſis intelligendis laborandum mihi fuerit, quam in ſoluendis, nec mirum, corruptus enim pluribus in locis latinus Pappi contextus, græcum, ita corruptum (vt Federicus Comandinus interpres affirmat) ſecutus eſt. Neque enim ex vitiato fonte, qui ex inde riuulus ſcatet, poteſt non vitiatus ſcatere. Reſtituto autem vt mihi quidem videtur in genuinam Auctoris ſententiam codice, ſolutiſqu: Problematibus,

6

bus, videor opusculum illud Apollonij ab interitu quodammodo ad vitam reuocasse, quare illud, ne ab Apollonio de suo nomine, aut contempto, aut suppresso accusaret, sub eius potissimum nomine apparere volui, & APOLLONIVS REDIVIVVS inscribi.

COPIA.

GLI Eccellentissimi Signori Capi dell'Illustrissimo Consilio di X. Infrascritti hauuta fede dalli Signori Reformatori del Studio di Padoua, per relation delli dui à questo deputati, cioè del Reuerendo Padre Inquisitor, & del Circ. & fedelissimo Secretario del Senato Gio. Marauegia con giuramento. *Che nel Libro in Titolato Marini Ghetaldi Patritij Ragusini, Apollonius Rediuus, seu Apolonij Pergæi inclinationum Geometria.* Non si troua cosa contra le leggi, & sono degno di Stampa, concedono licentia, che possino esser Stampato in questa Città.

Dat. die 17. Maij 1607.

D. Z. Battista Vitturi
D. Marco Triuisan. } Capi dell'Illustris. Cons. di X.
D. Vicenzo Dandolo.

Illustrissimi Consilij X. Sec.
Barth. Cominus.

1607. a' 18. Maggio Registrato in lib. à carte 170.

Ant. Lauren. Officij Cont. Blasph.

8

MARINI GHETALDI APOLLONIVS REDIVIVVS

Seu,

RESTITVTA APOLLONII PERGAEI *Inclinationum Geometria.*

Ploblema I.

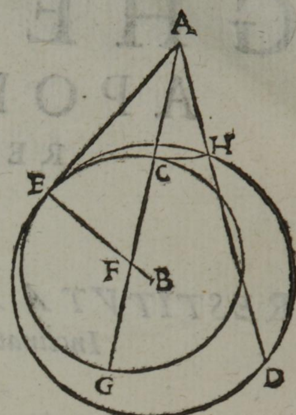
IN Dato circulo aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat.

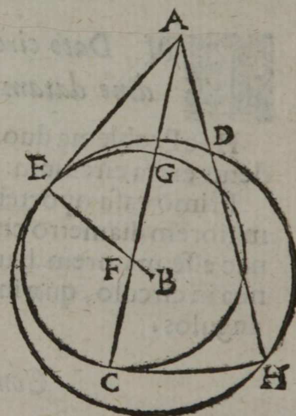
Hoc Problema duos casus habet, vnum quidem si punctum
detur extra circulum: alterum vero si detur intra.
Primo casu oportebit rectam magnitudine datam non esse
maiorem diametro circuli. Secundò verò casu oportebit eam
nec esse maiorem diametro circuli, nec minorem ea recta li-
nea in circulo, quæ in dato puncto secat diametrum ad rectos
angulos.

Constructio Primi casus.

Sit datus circulus DHE cuius centrum B, datum autem pun-
ctum A quod sit extra circulum, & data magnitudine recta li-
nea Z, quæ non sit maior diametro circuli. Oportet in circu-
lo DHE rectæ lineæ Z æqualem rectam lineam aptare, quæ ad
punctum A pertingat. Si diametro circuli DHE sit æqualis ipsa
Z, ducatur ab A puncto diameter, & factum erit quod propo-
nitur: si verò ipsa Z sit minor diametro, ducatur AE contin-
gens DHE circulum in E, & conectatur BE, erit igitur * angu- 18. Tertij
A lus

lus AEB rectus: deinde in EB, sumatur EF, æqualis dimidiæ Z, & conectatur quoq; AF, & centro F, interuallo FE describatur circulus CEG, secans AF, continuatam in punctis C, G: hunc igitur circulum continget recta AE, in E: rectus enim est angulus AEF. deinde centro A, interuallo AC, describatur alius circulus secans circulum DHE, in H & per H ducatur recta linea AHD, secans eundem circulum in D. Quoniam igitur æqualia sunt rectangula HAD,
36.Tertij CAG, vtrique enim * çquale est quadratum AE, atque est AH, æqualis AC. erit & AD æqualis AG, quare per subductionem æqualium æqualibus, reliqua HD, reliquæ CG erit æqualis: sed CG æqualis est ipsi Z, vtraque enim dupla est ipsius FE; ergo & HD ipsi Z æqualis erit. In dato igitur circulo DHE, datæ rectæ lineæ Z æqualis aptata est DH, ad punctum A pertingens, quod erat faciendum.



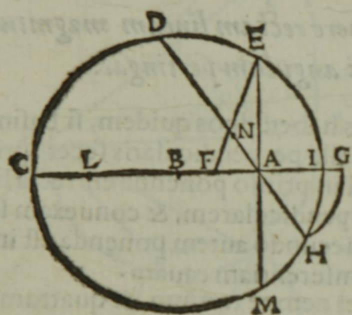


Constructio Secundi casus.

ISDEM datis, sit A punctum in circulo, & data Z non sit maior diametro circuli dati DHE, neque minor ea recta linea in circulo, quæ in A puncto secat diametrum ad rectos angulos, & oporteat facere, quod imperatum est. Ducatur per A, circuli diameter CAI. Si igitur ipsa diameter æqualis sit datæ Z; factum iam erit, quod proponebatur: si verò maior; ducatur per A, ipsi CI, ad rectos angulos EAM, & si ipsa EM, sit

æqualis

æqualis datæ Z, rursus factum erit, quod proponebatur: si verò minor, ponatur in AC, recta linea EF, æqualis dimidiæ Z, est autẽ dimidia Z maior, quam EA, (quandoquidem tota maior ponitur, quam tota EM,) quę est dupla ipsius EA: deinde ipsi FE æqualis fiat FG, & centro A, interuallo AG, describatur circulus secans circulum DHE in H, & iuncta HA, producatur in D, & sumatur FL, æqualis FG, vel FE. Quoniam igitur recta linea GL secta est in partes æquales ad F, & inæquales ad A, erit rectangulum GAL vna cum quadrato FA * ęquale quadrato FG, hoc est FE, sed quadratum FE, æquale est quadratis FA, EA, ergo rectangulum GAL, vna cum quadrato FA, æquale erit quadratis FA, EA, commune auferatur quadratum FA, reliquũ igitur rectangulum GAL reliquo quadrato EA erit æquale: sed quadratum EA, hoc est rectangulum EAM * æquale est, rectangulo HAD, ergo rectangulum GAL erit æquale rectangulo HAD, atque est GA æqualis HA ex constructione, erit igitur & AL æqualis AD: & per additionem æqualium æqualibus erit tota HD æqualis toti GL, sed GL est æqualis ipsi Z, vtraque enim GF, FL, æqualis est ipsi FE, hoc est dimidiæ Z, ergo & HD ipsi Z æqualis erit. In dato igitur circulo DHE, datæ rectæ lineæ Z æqualis aptata est DH, ad punctum A, pertingens, quod facere oportebat.



5. Secũdi. 35. tertij

Diximus autem oportere datam Z, non esse maiorem diametro CI, neque minorem ipsa EM, quoniam in circulo maxima est diameter, & EM minima omnium, quæ per punctum A ducuntur.

Ducatur enim altera quædam recta linea HAD, eaque secetur bifariam in N. Quoniam igitur quadratum HN * æquale est 5. Secũdi.

est rectangulo H A D, vna cum quadrato N A, & quadratum E A, hoc est rectangulum E A M, * æquale rectangulo H A D, tantum, quadratum E A, minus erit quadrato H N; quare, & recta EA, minor quam recta HN, & consequenter EM, minor quam HD: sunt enim EM, HD, ipsarum EA, HN, duplæ. Similiter demostrabimus E M, minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per punctum A, ducuntur, quare manifesta est determinatio.

35. tertij.

Problema II.

DATO Semicirculo, & recta linea sit ipsius basi perpendicularis, inter ipsam perpendicularem, & circumferentiam semicirculi ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad semicirculi angulum pertingat.

Hoc problema quinque casus habet: duos quidem, si basim semicirculi scilicet, protractam illa perpendicularis secet. primus differt à secundo eo, quod in primo ponenda est recta linea magnitudine data inter perpendicularem, & conuexam semicirculi circumferentiam: in secundo autem ponenda est inter perpendicularem, & circumferentiam cauam.

Alios autem duos casus habet nempe tertium, & quartum, si perpendicularis in ipsam basim cadat: tertius differet à quarto, eo quod in tertio ponenda est illa magnitudine data inter perpendicularem, & cauam semicirculi circumferentiam: in quarto autem ponenda est inter perpendicularem, & circumferentiam conuexam.

Quintum denique casum habet, si perpendicularis in extremitatem basis semicirculi cadat.

Primi tres casus determinatione indigent, duo verò reliqui nequaquam.

Primò igitur casu oportebit rectam magnitudiue datam nõ esse minorem eo segmento basis productæ, quod inter perpendicularem, & circumferentiam interijcitur.

Secundò casu si basis semicirculi non sit maior prædicto basis segmento, oportebit illam magnitudine datam non esse minorem base producta vsque ad perpendicularem.

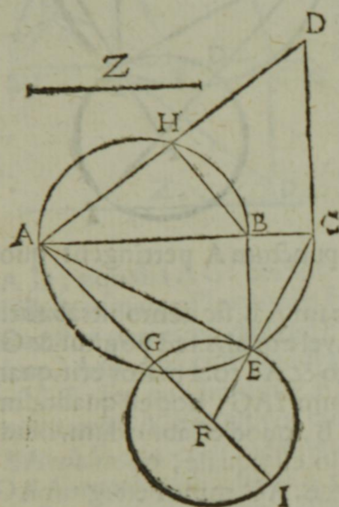
Si verò basis semicirculi non sit minor prædicto basis segmento

mento oportebit illam magnitudine datam non esse minorem dupla proportionali inter basim,& prædictum segmentum.

Tertiò denique casu oportebit rectam magnitudine datam non esse maiorem segmento basis semicirculi, quod inter perpendicularem, & circumferentiam interijcitur ex ea parte ponendæ.

Constructio Primi casus.

Sit datus semicirculus AHB, in cuius basim AB, scilicet protractam,cadat perpendicularis DC, & data quoque magnitudine recta linea Z, quæ non sit, minor, quam BC, oportet inter perpendicularem DC, & circumferentiam A H B, rectæ lineæ Z,æqualem rectam lineā ponere, quæ ad punctum A, hoc est ad semicirculi angulū pertingat. Si BC sit æqualis ipsi Z,factum iam erit,quod proponitur, etenim inter perpendicularem DC,& circumferentiam AHB, posita est BC, datæ Z æqualis. Si verò BC, sit minor quā Z, describatur in AC, semicirculus AEC, & ipsi AC, agatur perpendicularis BE, & per E,ducatur recta linea CEF, vt sit EF æqualis dimidiæ Z, & iungatur A F, & centro F, interuallo F E, describatur circulus quem secet AF, continuata in punctis G, I: erit igitur recta GI, æqualis ipsi Z, & iuncta AE, continget circulum GEI: in E rectus est enim angulus A E F, cum sit rectus & A E C, in semicirculo. Deinde accommodetur in semicirculo A H B, recta AH, æqualis AG, inferius autem demonstrabitur AG, minorem esse quam A B: producatur denique A H, in D, & iungatur HB, Quoniam igitur quadratum AE, * æquale est rectangulo I A G, & *æquale quoque rectangulo C A B, est * enim A E, media proportionalis inter AB, AC: rectangulum I A G, æquale erit rectangulo C A B. 36.tertij. 17.Sexti. Ex coroll. 8. Sexti.



Et quoniam æquiangula sunt triangula AHB, ACD, angulus enim

enim A H B in semicirculo rectus est, & ideo æqualis angulo ACD, & angulus H A B communis est vtrique, proportionalia habebunt latera A B, A H, AD, A C, & rectangulo C A B sub extremis proportionalium equale erit rectangulum DAH sub medijs, sed rectãgulo CAB, ostensum est æquale rectangulum I A G, ergo rectangulum DAH rectangulo IAG erit æquale: atq; est AH æqualis AG, ex constructione ergo, & AD æqualis erit A I, & persubductionem æqualium AH, AG, æqualibus AD, AI, reliqua HD erit equalis reliquæ GI, sed GI ostensa est æqualis ipsi Z, ergo & HD ipsi Z æqualis erit. Posita est igitur inter perpendicularem DC, & circumferentiam A H B, datæ Z æqualis H D, ad punctum A pertingens, quod facere oportebat.

At verò A G minorem esse, quam A B, sic demonstrabitur: si enim non est minor; erit maior, vel æqualis: sed ponitur & GI, hoc est Z, maior, quam BC, ergo & A I tota maior erit, quam tota AC, ac proinde rectangulum IAG, hoc est quadratum A E, maius erit rectangulo C A B, quod est absurdum, illud * enim quadratum huic rectangulo est æquale, quoniam AE * media est proportionalis inter A B, AC, minor est igitur AG, quam AB, quod demostrare oportebat.

17. Sexti. Ex coroll. 8. Sexti.

Diximus autem oportere datam Z non esse minorem, quam BC, quia B C est minima omnium, quæ ad punctum A pertingentes inter perpendicularem D C, & circumferentiam AHB, interijciuntur.

Ducatur enim altera quædam recta linea HD, quæ ad punctum A pertingat. Quoniam igitur AC minor est, quam AD, ipsa verò AB maior, quam AH, ablata AB ab AC, & ablata quoque AH ab AD, reliqua BC minor erit, quam reliqua HD. Similiter demonstrabimus BC, minorẽ esse omnib. rectis lineis, quę ad punctum A pertingentes, inter perpendicularẽ DC, & circũferentiã AHB, interijciũtur; quare manifesta est determinatio.

Constru-

Constructio Secundi casus.

Sit datus semicirculus BHA, cuius basim BA, scilicet protractā secet DC ad angulos rectos, data aūt recta linea sit Z, Oportet inter ipsam DC & circumferentiā BHA, datæ rectæ lineæ Z, æqualem rectam lineam ponere, quæ ad punctum A pertingat. Sit primum BA, non maior quam AC. in hoc casu oportebit datam Z non esse minorem, quam BC. Si igitur BC sit æqualis ipsi Z, factum iam erit, quod proponitur: si verò BC sit minor, quā Z, describatur in ea semicirculus BEC, & agatur perpendicularis AE & in AC ponatur EF æqualis dimidiæ Z, est autem dimidia Z maior, quam EA, quandoquidem tota Z ponitur maior, quam BC. Deinde sumatur FG, æqualis EF, vel dimidiæ Z: & in CD ponatur AD, æqualis AG: deinde producatur DA in H, & iungatur HB, & sumatur FI, æqualis FG, vel FE. Quoniam igitur IG, secta est in partes æquales ad F, & inæquales ad A, erit rectangulum IAG, vna cum quadrato AF* æquale quadrato FG, hoc est EF: sed quadratum EF æquale est quadrato AF vna cum quadrato EA, hoc est vna cum rectangulo BAC, ergo quadratum AF vna cum rectangulo BAC, æquale erit rectangulo IAG vna cum quadrato AF. commune auferatur quadratum AF, reliquum igitur rectangulum BAC reliquo rectangulo IAG æquale erit.

5. Secundi

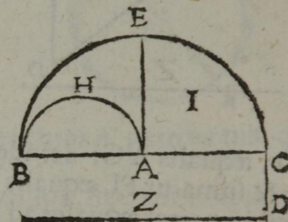
Rursus, quoniam in semicirculo est angulus BHA, is est rectus, & ideò æqualis angulo DCA, & angulus HAB, æqualis est angulo CAD, sunt enim ad verticem, æquiangula erunt triangula BHA, DCA, & ideo proportionalia habebunt latera BA, AH, AD, AC, quare rectangulum HAD, sub medijs proportionalium erit æquale rectangulo BAC, sub extremis: sed rectangulum BAC ostensum est æquale rectangulo IAG: ergo rectangulum HAD, rectangulo IAG, æquale erit, atque est AD æqualis AG ex constructione: ergo, & AH æqualis erit AI, & per additionem æqualium AD, AG, æqualibus AH, AI, erit HD ęqualis IG, sed IG æqualis est ipsi Z ex constructione, ergo

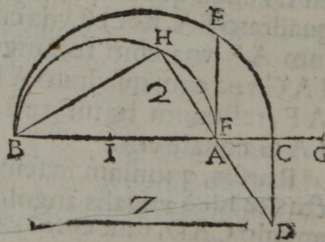
ergo & HD ipſi Z æqualis erit. Quare inter perpendicularem DC, & circumferentiam BHA, datæ rectæ lineæ Z, æqualis poſita eſt HD, ad punctum A pertingens, quod erat faciendum.

Diximus autem ſi BA non ſit maior, quam AC, oportere datam Z non eſſe minorem, quam BC, quia BC eſt minima omnium, quæ per punctum A ductæ inter perpendicularem CD, & circumferentiam BHA, interijciuntur.

Ducatur enim altera quædam recta linea HD, & iungatur BH, quoniam igitur propter ſimilitudinẽ triangulorum BAH, DCA, proportionales ſunt BA, AH, AD, AC, atque eſt maxima quidem AD, minima verò AH, erit HD compoſita videlicet ex maxima & minima * maior quam BC compoſita ex reliquis. Similiter oſtendemus BC minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum A ductæ inter perpendicularem DC, & circumferentiam BHA, interijciuntur: quare manifeſta eſt determinatio.

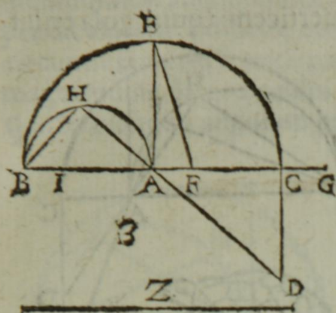
25. quinti

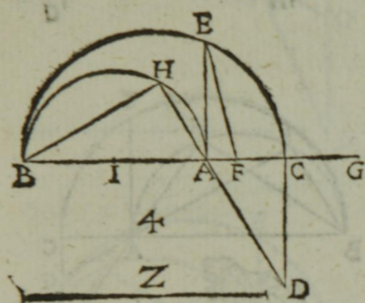




Deinde ſit BA non minor quam AC, & oporteat facere quod imperatum eſt: in hoc caſu oportebit datam Z non eſſe minorem, quam dupla proportionalis inter BA, AC, Deſcribatur igitur in BC ſemicirculus BEC, ipſique BC, ducatur perpendicularis AE: ſi igitur BA ſit æqualis AC, vt in prima figura, & dimidia Z, æqualis AE, hoc eſt tota Z, æqualis BC, factum iam erit, quod proponebatur. Si verò BA ſit maior, quam AC, vt in ſecunda figura, ac dimidia Z æqualis AE: vel ſi dimidia Z ſit maior quam EA, vt in tertia figura: ipſa verò BA æqualis AC vel vt in quarta figura maior, quocunque caſu ponatur in AC recta linea EF, æqualis dimidiæ Z, eſt autem dimidia Z, non minor quam EA, quandoquidem ex determinatione Problematis tota Z non eſt minor, quam dupla EA. Deinde ſumantur FG, FI, ęquales ipſi EF, vel dimidię Z, & in DC ponatur AD æqualis AG, & producatur ad H, & iungatur BH. Quoniam

igitur





igitur IG secta est bifariam in F, & non bifariam in A, rectangulum IAG vna cum quadrato AF *æquale erit quadrato FG hoc est quadrato EF, sed quadratum EF çquatur quadrato AF vna cũ quadrato EA, hoc est vna cum rectangulo BAC; ergo quadratum AF vna cũ rectãgulo BAC æquabitur rectangulo IAG vna cum quadrato AF, ablato communi quadrato AF reliquũ igitur rectangulum BAC reliquo rectãgulo IAG æquale erit; quare vt AB ad AI ita erit AG ad AC,* rectãgulorum enim æqualium reciproca sunt latera. 5.Secũdi. 14.Sexti.

Et quoniam æquales sunt anguli BHA, ACD, est enim vterque: rectus hic ex cõstructione: ille ex ui semicirculi, & æquales quoque anguli BAH, DAC ad verticem, similia erunt triangula BAH, DAC, vt igitur AH ad AB ita erit AC ad AD, sed ostẽsum est vt AB ad AI ita esse AG ad AC, ergo * in perturbata proportione erit AH ad AI, sicut AG ad AD, sed ipsi AG posita est æqualis AD, ergo & ipsi AH æqualis erit AI, quare per additionem æqualium AD, AG, æqualibus AH, AI, erit HD æqualis IG, sed IG æqualis est ipsi Z ex constructione, ergo & HD ipsi Z æqualis erit. Posita est igitur inter DC, & circumferentiam DHA datæ Z æqualis HD ad punctum A pertingens, quod facere oportebat. 23.Quinti.

Diximus autem existente BA non minori quam AC oportere datam Z non esse minorem quam dupla EA, quoniam ipsa EA dupla minima est omnium quæ per punctum A datæ inter perpendicularem CD & circumferentiam BHA interijciuntur.

Accomodetur enim in semicirculo BHA recta linea AH æqualis AE, & producatur donec secet ipsam CD in D, & iungatur BH. Quoniam igitur in semicirculo est angulus BHA, is est rectus, & ideo çqualis angulo ACD, & angulus HAB, çqua-

lis est angulo CAD, sunt enim ad uerticem: æquiangula erunt triangula BHA, DCA, vt igitur BA ad AH, ita erit AD ad AC, sed vt BA ad AE hoc est ad AH, ita est AH ad AC, ergo AH erit ęqualis AD, & cõsequenter tota HD dupla erit ipsius EA. Ostendendum igitur est ipsam HD esse minimã omnium, quę per punctum A ductę inter perpendicularem CD, & circumferẽtiam BHA interijciuntur.

Ducatur enim altera quædam recta linea FAG, & iungatur BF, Quoniam igitur eadem ratione æquiangula sunt triãgula BFA, GCA, qua BHA DCA, erit vt FA ad AB, ita AC ad AG, sed ostẽsũ est supra vt BA ad AH, ita esse AD ad AC, ergo in perturbata proportione erit vt FA ad AH, ita AD ad AG, sed in prima figura maxima est FA, minima vero AG, in secũda figura maxima AG, minima FA, quocunque igitur casu HD* minor erit quam FG. Similiter demonstrabimus HD hoc est duplam EA minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per A punctum ductæ inter perpendicularem CD, & circumferentiam BHA interijciũtur, quare manifesta est determinatio.

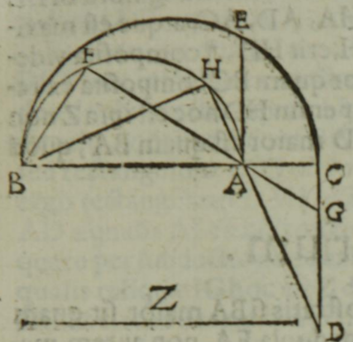
25. Quinti.

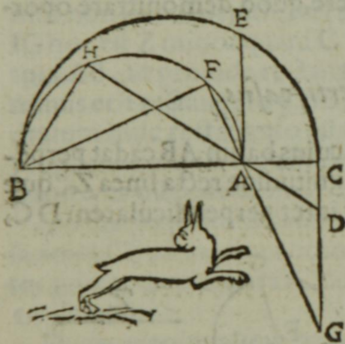
Corollarium.

Ex iam demõstratis colligitur omnes rectas lineas, quæ per punctum A ducuntur, ac duplã EA, superant, diuisas in puncto A in partes inæquales diuidi.

Si igitur basis semicirculi fuerit maior eo, segmento basis productæ, quod inter perpendicularem, & circumferentiam interijcitur, fuerit autem & illa magnitudine data maior quam dupla proportionalis inter basim semicirculi, & prædictũ segmentum,

mentum, non autem maior, quam basis producta vsque ad perpendicularem, possibile erit inter ipsam perpendicularem, & circumferentiam semicirculi ponere duas rectas lineas ei, quæ magnitudine datur æquales, quarum vtraque ad vnum eundẽque semicirculi angulum pertingat.





Exponatur enim semicirculus BHA, cuius basim BA scilicet protractã secet CD ad rectos angulos, & sit BA maior quam AC, & in BC describatur semicirculus BEC, & ducatur perpẽdicularis AE ea erit media ꝓportionalis inter BA AC. exponatur quoque recta linea Z, quæ sit maior quã dupla EA, non autem maior quã BC. Dico inter perpendicularem CD, & circumferentiam BHA possibile esse ponere duas rectas lineas expositæ Z æquales, quarum vtraque ad punctum A pertingat. Ponatur enim inter CD, & circumferentiam BHA ipsi Z æqualis HD, quę ad punctum A pertingat, & accommodetur in semicirculo BHA recta linea AF ęqualis AD, ea non erit eadem quæ AH, nam ex antecedente corollario sunt inęquales HAAD, neque maior erit quam BA, vt inferius demonstrabitur. Deinde producatur FA donec secet rectam CD in G, & iungantur BF BH; Quoniam igitur æquiangula sunt triangula BHA, DCA id autem pluribus in locis demonstrauimus: erit vt HA ad AB, ita AC ad AD, sed propter similitudinem triangulorum BFA, GCA, est vt AB ad AF, ita AG ad AC, ergo in perturbata proportione, vt HA ad AF, ita erit AG ad AD, & permutando vt HA ad AG ita AF ad AD, sed AF æqualis est AD ex constructione; ergo & HA ipsi AG æqualis erit; quare per additionem æqualiũ HA, AG æqualibus AD, AF, erit tota FG æqualis toti HD hoc est Z expositæ.

14

Possibile igitur est per punctum A ducere duas rectas lineas ex positæ Z æquales, quod erat ostendendum.

At vero AD non esse maiorem quam BA sic demonstrabitur, sit si fieri potest AD maior quam BA, ergo AH minor erit quam AC, quandoquidem tota HD ponitur non maior quam tota BC, & quoniam propter similitudinem triangulorũ BHA, DCA, proportionales sunt BA, HA, AD, AC, atque est maxima quidem AD minima verò AH, erit HD, * composita videlicet ex maxima & minima, maior quam BC composita ex reliquis, quod est absurdum, ponitur enim HD hoc est ipsa Z non maior quam B C. Non igitur AD maior est quam BA, quod erat demostrandum.

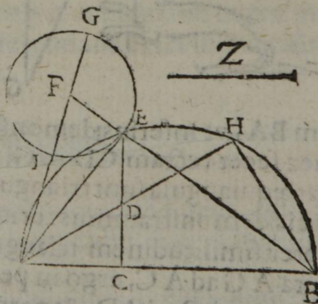
25. quinti.

Corollarium.

Et manifestum est ex iam demostratis si BA maior sit quam AC, & in super data Z maior quam dupla EA, non autem maior quam BC duobus modis Problema posse absolui, hoc est duas rectas lineas Problema efficere, quod demonstrare oportebat.

Constructio Tertij casus.

Sit datus semicirculus AHB in cuius basim AB cadat perpẽdicularis D C, & data quoque magnitudine recta linea Z, quæ non sit maior quam CB. Oportet inter perpendicularem D C, & cauam AHB circumferentiam rectæ lineæ Z ęqualem rectam lineam ponere, quæ ad punctũ A pertingat.



Si BC sit æqualis ipsi Z factum iam erit, quod proponitur, si verò BC sit maior quam Z, secet recta C D circunferentiam AHB in E, & ducatur recta linea B E F vt sit EF æqualis dimidiæ Z, & iungatur AF, & centro F interuallo FE describatur circulus, quem secet A F continuata in punctis G, I, erit igitur recta GI æqualis ipsi Z, & iuncta AE continget circulũ GEI in E, rectus est enim angulus AEB in semicirculo.

Deinde

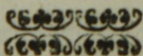
Deinde in EC ponatur AD æqualis AI, punctum D cadet inter E, & C quoniam AI minor est quam AE vt * patet, maior autem quam AC vt inferius demonstrabitur. Denique producta AD in H, iungatur HB, quoniam igitur quadratum AE * æquale est rectangulo I A G, & * æquale quoque rectangulo C A B, est * enim AE media proportionalis inter AC, AB, erit rectangulum IAG æquale rectangulo CAB. 8. Tertij. 36. Tertij 17. Sexti. Ex coroll. 8. Sexti.

Et quoniam quadrilateri DHBC duo anguli oppositi DHB, DCB sunt recti, hic ex constructione, ille ex ui semicirculi, & ideo duobus rectis æquales, quadrilaterum illud D H B C erit in circulo, & rectangulum DAH * æquale erit rectangulo CAB, sed rectangulum IAG ostensum est æquale rectangulo C A B, ergo rectangulum DAH rectangulo IAG æquale erit, atque est AD æqualis AI ex cõstructione, erit igitur & AH æqualis AG; quare per subductionẽ ęqualiũ ab ęqualibus reliqua DH erit ęqualis reliquæ IG hoc est Z datæ. Inter perpendicularem igitur DC, & circumferentiam AHB datæ rectæ lineæ Z posita est DH ad punctum A pertingens, quod erat faciendum. Ex coroll. 36. tertij.

At verò AI maiorem esse quam AC sic demonstrabitur, si enim non sit maior, erit, vel minor, vel æqualis, sed ponitur, & IG hoc est Z minor quam C B, ergo A G tota minor erit quam tota AB, ac proinde rectangulum IAG hoc * est quadratũ AE minus erit rectangulo CAB, quod est absurdũ, illud enim quadratum huic rectangulo est * æquale, quoniam AE est * media proportionalis inter A B, A C. Maior igitur est AI quam A C, quod erat ostendendum. 36. Tertij 17. Sexti. Ex coroll. 8. Sexti.

Diximus oportere datam Z non esse maiorem quam CB, ipsa enim CB est maxima omnium quæ per punctum A ductæ inter perpendicularem DC, & cauam AHB circumferentiam interijciuntur.

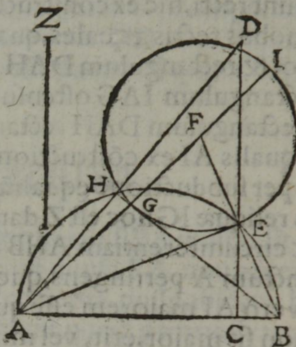
Ducatur enim altera quædam recta linea DH, eaque ad punctum A pertingat. Quoniam igitur maior est AB quam AH, & maior AD quã AC, si auferatur AC ab AB, & auferatur quoque AD, quæ est maior quam AC, ab AH minore quam AB, relinquetur CB maior quam DH. Similiter demonstrabimus CB maiorem esse omnibus, quæ per punctum A ductæ inter perpendicularem DC, & cauam AHB circumferentiã interijciuntur; quare manifesta est determinatio.



Constru-

Constructio Quarti casus.

Sit datus semicirculus AHB, in cuius basim AB cadat perpendicularis DC, data autẽ recta linea magnitudine sit Z, & oporteat inter perpendicularem DC, & conuexam AHB circumferentiam, rectæ lineæ Z æqualem rectam lineam ponere, quæ ad punctum A pertingat.



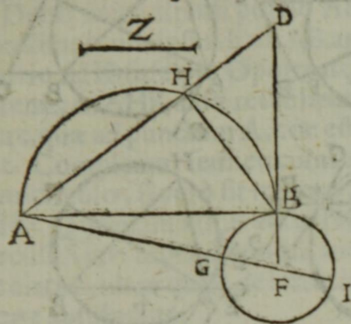
Ducatur per punctum E in quo perpendicularis DC secat circumferentiam AHB recta linea BEF, vt sit EF æqualis dimidiæ Z, & iungatur AF, & cẽtro F ĩteruallo FE describatur circulus, quem secet AF continuata in punctis G, I, erit igitur recta GI æqualis ipsi Z, & ducta AE continget circulum GEI, in E, rectus est enim angulus AEF, cum sit rectus & angulus AEB in semicirculo. Deinde in DC ponatur AD æqualis AE secans circumferentiam AHB in H, & iungatur HB. Quoniam igitur quadratũ AE * æquale est rectangulo IAG, & æquale quoque rectangulo CAB, est enim EA * media proportionalis inter AC, AB, rectangulum IAG æquale erit rectangulo CAB.

36. tertij. 17. Sexti. Ex coroll. 8. Sexti.

Et quoniam æquiangula sunt triangula AHB, ACB nam angulus AHB in semicirculo rectus est, & ideo æqualis angulo ACD recto, & angulus HAB communis vtrique; proportionales erunt AH, AB, AC, AD, & rectangulum DAH sub extremis æquale erit rectangulo CAB sub medijs, sed rectangulum IAG ostensum est ęquale rectangulo CAB, ergo rectangulum DAH rectangulo IAG æquale erit, atque est AD æqualis AE ex constructione, erit igitur, & AH æqualis AG, quare per subductionem æqualiũ ab æqualibus, reliqua DH æqualis erit reliquæ IG hoc est Z datæ. Inter perpendicularem igitur DC, & circumferentiam AHB datæ rectæ lineæ Z æqualis posita est DH ad punctum A pertingens, quod erat faciendum.

Constructio Quinti, & vltimi casus.

Sit datus semicirculus AHB, in cuius basis extremitatem cadat perpendicularis DB, data autem recta linea magnitudine sit Z. Oportet inter perpendicularem DB, & circumferentiã AHB rectæ lineæ Z æqualem rectam lineam ponere, quæ ad punctũ A pertingat. Producatur DB in F, vt sit BF æqualis dimidiæ Z, & iungatur AF, & centro F interuallo FB describatur circulus, quẽ secet AF continuata in punctis GI, erit igitur recta GI æqualis ipsi Z, & AB cõtinget circulũ GBI in B, rectus est enim angulus ABF. Denique in BD ponatur AD æqualis AI secans circunferentiam AHB in H, & iungatur HB.



Quoniam igitur in triangulo rectangulo ABD, ab angulo recto B ad basim AD ducta est perpẽdicularis BH, angulus enim AHB in semicirculo est rectus, erit * AB media proportionalis inter AH AD, quare rectangulum HAD * æquale erit quadrato AB, sed & rectangulum GAI * æquale est eidem quadrato AB, ergo rectangulum HAD rectangulo GAI æquale erit, sed AD cum sit æqualis ipsi AI ex constructione, erit & AH æqualis ipsi AG, ablatis igitur æqualibus AH, AG ab æqualibus AD, AI reliqua HD erit æqualis reliquæ GI, hoc est Z datæ. Posita est igitur HD inter perpendicularem DC, & circumferentiam AHB recta linea HD æqualis Z datæ, & ad punctum A pertingit, quod erat faciendum.

Ex coroll. 8. Sexti.
17. Sexti.
36. Tertij.

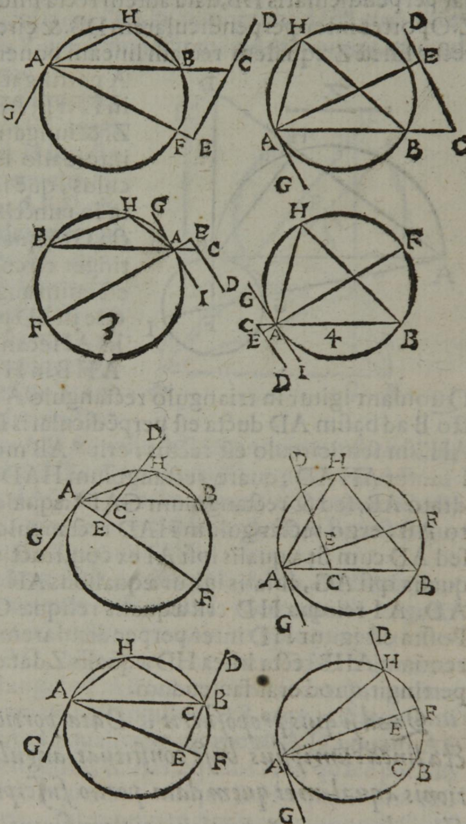
Quod si quis proposuerit. Data portione circuli, & recta linea cum ipsius base constituat angulum è regione portionis æqualem ei quem data portio suscipit; inter illam rectam lineam, & portionis circumferentiam ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad portionis angulum pertingat.

Dico Problema hac ratione propositũ non esse vniuersalius præcedente vt videtur: illa enim recta linea, quæ cum base portionis

tionis constituit angulum è regione portionis æqualẽ ei quem data portio suscipit, perpendicularis est basi semicirculi, cuius ea portio est ducta à prædicto portionis angulo, quod quidem ita demonstrabitur.

Exponatur enim quælibet circuli portio AHB, & recta linea DC constituat cum ipsius base AB angulum DCA æqualẽ angulo AHB, quẽ ea portio suscipit, & compleatur circulus, cuius diametrũ AF hoc est basim semicirculi AHF ductam à puncto A secet recta DC in E. Dico angulum AED esse rectũ, ducatur enim AG ipsi AF ad rectos angulos, ea igitẽ cõtinget circulum AHB in A & angulus CAG

32. Tertÿ * æqualis erit angulo AHB hoc ẽ angulo DCA, sũt enim æquales anguli AHB, DCA, quia portio AHB suscipit angulũ æqualẽ ipsi DCA,



quare parallelæ erunt DC, AG, & ideo angulus GAE erit æqualis angulo AED, sed rectus est GAE ex constructione, ergo & AED rectus erit, quod erat demonstrandum.

At verò in tertia figura, & quarta angulum CAG esse æqualem angulo AHB sic demonstrabitur. Producatur GA in I quoniam

niam igitur angulus I A B æqualis est angulo C A G, sunt enim ad verticē, & * æqualis quoque angulo AHB, erit angulus CAG æqualis angulo A H B. 32. Tertij

Problema igitur de portione circuli propositum, idem est ac si proponeretur de semicirculo, eademque omnino ratione absoluetur.

Detur enim circuli portio AHB, vt supra, & recta linea DC constituat cum ipsius base AB, angulum DCA æqualē ei quem portio AHB suscipit. Oporteatque inter rectam DC, & circunferentiam AHB, datæ rectæ lineæ Z, æqualem rectam lineā ponere, quæ ad punctum A, hoc est ad portionis angulum pertinet. Compleatur semicirculus A H F, si portio A H B sit minor semicirculo, si verò sit maior, abscindatur ab ea semicirculus AHF. Quoniam igitur recta DC perpendicularis est basi semicirculi AF, vt supra demonstrauimus, erit problema de portione circuli, idem quod de semicirculo, quare eadem quoque ratione absoluetur.

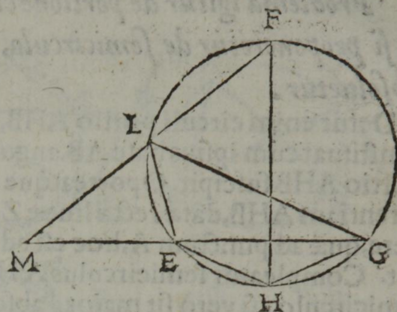
Sed quoniam problema hoc ex eorum numero est, quæ determinata appellantur proponendum est de semicirculo: si enim proponeretur deportione circuli, eius casus non sine maxima difficultate distinguerentur, ac præterea determinari nequirent, nisi prius demonstretur eam rectam lineam, quæ cum base portionis circuli constituit angulum è regione portionis, æqualem angulo in portione, perpendicularem esse basi semicirculi, cuius ea portio est ductæ à prædicto portionis angulo hoc est nisi prius reuocetur ad problema de semicirculo propositum.

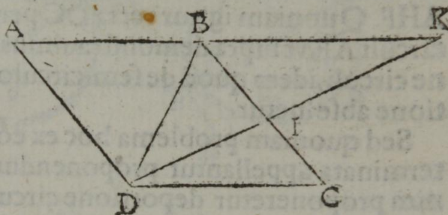
Problema III.

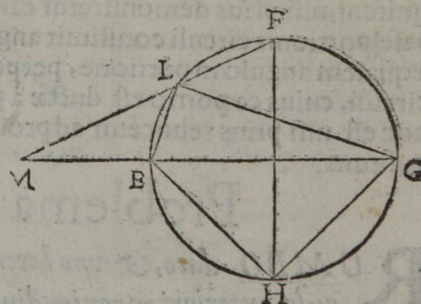
ROMBO *dato, & vno latere producto, aptare sub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppositum angulum pertingat.*

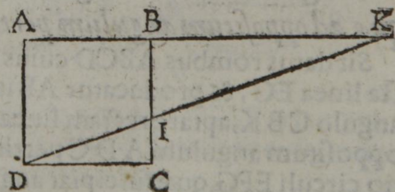
Sit datus rombus ABCD cuius diameter BD, data autem recta linea EG, & producatur AB indefinite in K. Oportet subangulo C B K, aptare rectam lineam ipsi EG æqualem, ita vt ad oppositum angulum A D C pertingat. Describatur in EG portio circuli EFG, quæ suscipiat angulum æqualem angulo CBK, & compleatur circulus EFGH, cuius diameter F H secet ipsam E G ad rectos angulos, à puncto autem F, ducatur recta linea

FLM, secans circulum in L, ipsam verò GE productam in M, ita vt LM sit æqualis ipsi BD, hoc enim fieri posse iam demonstratum est in quarto casu antecedentis problematis, & iungatur LG, cui æqualis ponatur BK, & iuncta quoque KD secet latus BC, in I. Dico ipsam IK problema efficere. Iungantur enim LE, EH, HG. Quoniam igitur portio circuli EFG suscipit angulum æqualē angulo CBK, angulus ELG æqualis ē ipsi CBK. Et quoniam quadrilaterum LEHG est in circulo, anguli EHG, ELG oppositi duob. rectis sunt æquales; sed & anguli ABC, CBK æquales sunt duobus rectis, ergo anguli ABC, CBK, angulis EHG, ELG æquales erunt: auferantur æquales anguli CBK, ELG, reliquus igitur ABC, reliquo EHG æqualis erit, sed vterque sectus est bifariam, angulus videlicet ABC, à diametro BD, & angulus EHG, ab ipsa FH, anguli enim EHF, FHG æqualibus circumferentijs EF, FG insistentes sunt æquales, ergo angulus DBC angulo EHF ęqualis erit, sed angulo EHF, quadrilateri EHFL, in circulo ęqualis est angulus MLE, externus videlicet interno, & opposito, ergo angulus DBC æqualis est angulo MLE, & per additionem æqualium





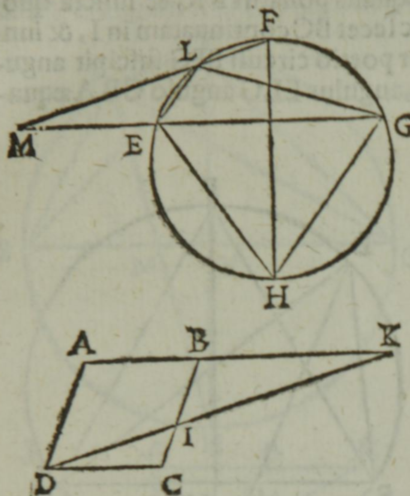




lium æqualibus, totus angulus DBK toti MLG æqualis erit: sed & latus DB æquale est lateri M L ex constructione & latus B K æquale lateri LG: triangula igitur * DBk MLG æqualium erunt laterum, & angulorũ, & ideo angulus k, æqualis erit angulo LGM. Quoniam igitur trianguli BKI angulus k, æqualis est angulo L G E trianguli LGE, & angulus IBK æqualis angulo ELG, atque latus BK æquale lateri LG erit, & * basis I K basi E G æqualis. Sub angulo igitur CBK aptata est IK æqualis EG datæ, atque ad angulum ABD pertingit, quod faciendum erat.

4. Primi.

6. Primi.



Ploblema IIII.

ROMBO dato, & duobus lateribus productis, aptare sub angulo interiori, magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppositum angulum pertingat. Oportet autem illam magnitudine datam non esse minorem, ea recta linea, quæ per extremitatem diametri ad rectos angulos ducta, inter producta, rombi latera interijcitur.

Sit datus rombus ABCB, cuius diameter BD, data autem recta linea EG, & producãtur BA. BC indefinite. Oportet sub angulo CBA aptare rectam lineam æqualem ipsi EG, ita vt ad angulum ADC pertingat; ducatur per D punctum ipsi BD perpẽdicularis ODN, secans BA BC productas in punctis O N. Si igitur ON sit æqualis ipsi EG, factum iam erit quod proponitur, si verò E G sit maior, quam O N, minor autem nõ est quoniam ita est determinatum. Describatur in EG portio circuli EFG, quæ suscipiat angulum æqualem angulo C B A, & compleatur circulus E F G H, cuius diameter F H secet ipsam E G ad rectos angulos in V, à puncto autem H, ducatur recta linea H M L secans ipsam EG in M, circulum verò in L, ita vt L M sit æqualis

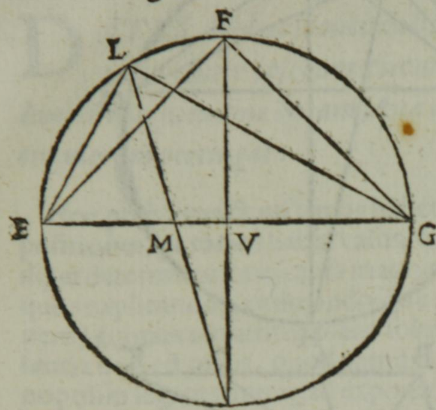
ipsi BD: id enim iã docuit secundi Problematis casus tertius, & verò BD minorem esse quam FV, inferius demonstrabitur. Deinde iungatur LG cui æqualis ponatur BK, & iuncta quoque KD producatur, donec secet BC continuatam in I, & iungatur LE. Quoniam igitur portio circuli EFG suscipit angulum æqualem angulo CBA, angulus ELG angulo CBA æqualis erit.

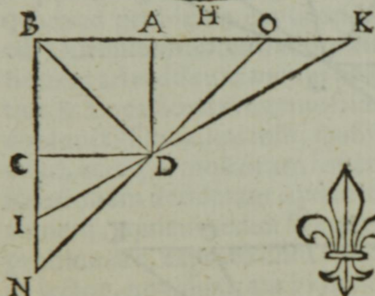
Et quoniam LH diuidit angulum ELG bifariam, anguli enim ELH, HLG, æqualibus circumferentijs EH, HG, insistẽtes sunt æquales: similiter & BD diameter rombi diuidit angulum CBA bifariam, erit angulus HLG angulo DBK æqualis: est autem & latus LG æquale lateri BK ex constructione, & latus LM æquale lateri BD, triangula igitũ LGM, *BKD, 26. Primi ęqualium erunt laterum & angulorum, vnde angulus LGM æqualis erit angulo k. Quoniam igitur trianguli LGE angulus LGM æqualis est angulo k, trianguli BKI, & angulus ELG ęqualis angulo IBK, vt est demonstratum, atque recta LG æqualis rectæ BK ex constructione, erit &*EG ipsi IK æqualis. 26. Primi Sub angulo igitur CBA, aptata est IK æqualis EG datæ, atque ad punctum D, hoc est ad angulum CDA pertingit, quod erat faciendum.

At verò BD minorem esse quam FV, sic demonstrabitur. Iungantur EF, FG, angulus igitur EFG æqualis est angulo CBA, quoniam portio circuli EFG suscipit angulum æqualem ipsi

CBA,

CBA, ſed vterque ſectus eſt bifariam à rectis lineis F H, B D, ergo angulus V F G æqualis erit angulo D B O, eſt autem & angulus F V G angulo B D O æqualis: rectus enim eſt vterque, ergo, & reliquus reliquo æqualis erit, ſimilia igitur erũt triangula FVG, BDO, vt igitur OD ad DB, ita erit GV ad VF, & permutando, vt OD ad GV, ita DB ad VF, ſed OD minor eſt quam GV: quandoquidẽ tota ON, quæ eſt dupla ipſius O D, ponitur minor quam EG, dupla videlicet ipſius G V, ergo, & BD minor erit quam FV, quod erat demonſtrandum.



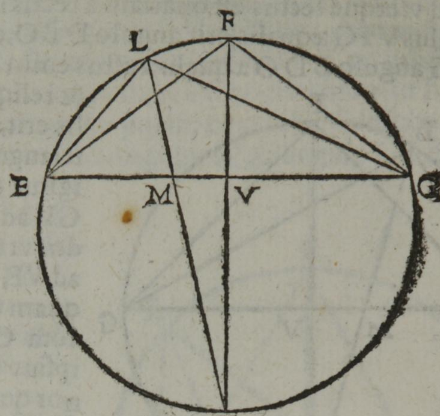


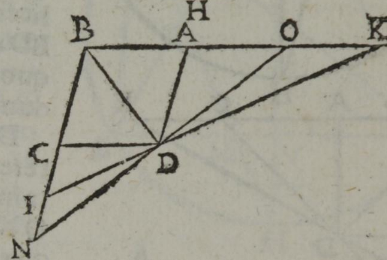


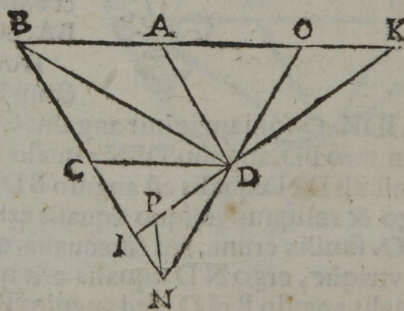
Diximus autem oportere ipſam E G non eſſe minorẽ quam ON, quia O N minima eſt omniũ, quæ per punctum D ductæ, inter producta latera BA, BC interijciuntur.

Ducatur enim per pũctum D, altera quædam recta linea IDK. Quoniam igitur angulus CBA ſectus eſt bifariam à diametro BD, angulus DBN æqualis erit angulo D B O, ſed & angulus B D N æqualis eſt angulo B D O, rectus videlicet recto, ergo & reliquus reliquo æqualis erit, triangula igitur BDN, BDO, ſimilia erunt, ſed & æqualia, quia latus B D commune eſt vtrique, ergo N D æqualis erit ipſi D O, & angulus B O D æqualis angulo B N D, ſed angulus B O D maior eſt angulo k, externus videlicet interno, & oppoſito, ergo & angulus B N D angulo k maior erit, fiat igitur angulo k æqualis angulus D N P, ergo æquiangula erunt triangula P N D, O K D, quia æquales habent & angulos ad D, vt igitur D K ad D O, ita erit D N ad DP, ſed D k maior eſt quam D O, ergo & D N quam D P maior erit, itaque quoniam maior eſt D k, quam

DO







DO, hoc est quam DN, & DN maior quã DP, erit Dk omnium maxima, & DP minima, & quoniã quatuor rectæ lineę proportionales sũt Dk, DO, DN, DP, atque est maxima quidẽ Dk, minima verò DP, erit Pk composita videlicet ex maxima, & minima, * maior quã NO cõposita ex reliquis, ergo Ik multo maior erit, quã NO. Similiter demõstrabitur NO minorem esse omnibus, quæ per pũctum D ducuntur, quare manifesta est determinatio.

25. quinti.



Problema

Problema V.

DATIS duobus ſemicirculis indirectum baſes habentibus, inter ipſorum circumferentias ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad angulum vnius ſemicirculorum pertingat.

Hoc problema ſicuti varias habet datorum ſemicirculorum poſitiones, ita varios habet caſus, quorum vnuſquiſque ſua indiget determinatione, cauſa magnitudinis datæ rectæ lineæ, ad quos explicandos, ordinandoſque (excogitaui enim ſolutionem) animus requiritur plane ſolutus, ac vacuus: talis in præſentia non eſt meus, quod cum à Republica noſtra Conſtantinopolim legatus mittar, ad exponendum potius, legationem, quam ad problema explicandum, animum applicem neceſſe eſt. Diſtuliſſem autem, vt omnia ſimul euulgarentur, libri editionem ad redditum meum libentiſſimè, niſi Nicolaus Tuditius, & Luca Bonus, ingenioſi ſanè viri, & prudentes, mihique coniunctiſſimi, aliud mihi ſuaſiſſent: aiebant enim hac arte excitari, acuique multorum ingenia poſſe, vt dum problematis ſolutionem deſiderant, ipſi interim ſtudeant excogitare ſolutionem, aquieui: edidi librum: propoſito tantum non ſoluto Problemate, expecto dum ſoluatur ab alio. Ego interim amice lector, ne videar, aut inuidiſſe tibi, aut de fuiſſe mihi, cum primum ex legatione ocij, aliquid nactus fuero, abſoluam tibi problema, imponam operi faſtigium, ſatiſfaciā muneri meo, voluntati tuæ.